

COMISION ECONOMICA PARA AMERICA LATINA  
COMITE DE COOPERACION ECONOMICA  
DEL ISTMO CENTROAMERICANO  
SUBCOMITE CENTROAMERICANO DE ELECTRIFICACION  
Y RECURSOS HIDRAULICOS

LIMITADO  
CCE/SC.5/GRTB/II/DI.3  
9 de octubre de 1970

Grupo Regional sobre Tarifas Eléctricas  
Segunda reunión  
Panamá, 26 a 31 de octubre de 1970

EVALUACION DE PROYECTOS DE ELECTRIFICACION RURAL  
(Ponencia de los ingenieros Salomón Camhaji Samra,  
Francisco Monteverde Zubirán y Francisco Ponce Maldonado)

Documento presentado originalmente a la Tercera Conferencia Latinoamericana de Electrificación Rural, celebrada en la ciudad de México del 21 al 26 de abril de 1969.



## SINTESIS

### Evaluación de proyectos de electrificación rural

Se presenta en este trabajo un modelo de evaluación de proyectos aplicable en aquellos casos en los que se persigan objetivos múltiples.

El modelo propuesto permite al responsable de las decisiones el empleo de los indicadores e índices que considere necesarios para poder establecer una jerarquización de los proyectos de acuerdo con los objetivos y metas que se pretendan alcanzar mediante su ejecución.

El uso del modelo representa un ahorro considerable de tiempo para el analista ya que no es necesario traducir los beneficios a unidades monetarias, pues debido a la estructura del modelo, las unidades de los indicadores que se empleen no constituyen ningún problema. Esto último le da una gran flexibilidad por lo que puede constituir una herramienta muy útil para el ejecutivo responsable de las decisiones.

Finalmente se hace notar que este trabajo se ha presentado en forma general con objeto de que pueda aplicarse, previa elaboración de los estudios complementarios que se recomiendan, en cualquiera de los países latinoamericanos.



## EVALUACION DE PROYECTOS DE ELECTRIFICACION RURAL

Por

Ing. Salomón Camhaji Samra\*  
Ing. Francisco Monteverde Zubirán\*\*  
Ing. Francisco Ponce Maldonado\*\*\*

La evaluación de los proyectos de electrificación rural se hace con el fin de fijar una jerarquización de éstos que establezca la importancia relativa de unos proyectos con respecto a otros.

Esta no es una labor sencilla, ya que para fijar las prioridades entre los distintos proyectos es necesario tomar en cuenta diversos factores, cuya importancia relativa dependerá de los objetivos y metas que pretenden alcanzarse mediante la ejecución de las obras de electrificación rural. Esto último es muy importante, pues sería inútil intentar aplicar técnicas que tomen en cuenta la multiplicidad de objetivos cuando éstos no han quedado perfectamente definidos previamente, por los ejecutivos responsables de las decisiones.

Por otro lado, los objetivos y metas que se señalan por los ejecutivos son de carácter competitivo. Esto significa que los recursos disponibles para la ejecución de los proyectos de electrificación rural no son suficientes para llevarlos todos a cabo. Así, los proyectos en los que se pretenden lograr beneficios económicos competirán con aquellos en los que se persigan beneficios sociales y éstos a su vez competirán con otros en que se pretenda llevar a cabo una política de desarrollo integral.

Ante esta situación, se ha desarrollado un modelo de evaluación que considere de una manera sencilla la multiplicidad de objetivos y que permita a los responsables en la toma de las decisiones, establecer criterios de jerarquización de acuerdo con la importancia relativa de cada uno de los objetivos que se deseen alcanzar en las regiones donde se lleven a cabo los proyectos de electrificación rural.

- \* Director de Desarrollo Científico, IPESA, Ingenieros Consultores, México.
- \*\* Subjefe del Departamento de Juntas de Electrificación Rural, C.F.E. México.
- \*\*\* Diseñador de Sistemas del Departamento de Sistematización. C.F.E. México.

/Para el

Para el uso del modelo es conveniente elaborar estudios complementarios que fundamenten su aplicación y que ayuden a los ejecutivos a asignar correctamente los valores a las variables de ponderación que aparecen en el modelo, de tal suerte que reflejen realmente las políticas que pretenden llevarse a cabo.

Se recomienda además que antes de aceptar como definitivos dichos parámetros de ponderación, se realicen los estudios de análisis de sensibilidad que aparecen en el texto del trabajo, ya que su omisión puede conducir a graves errores de apreciación.

Finalmente, se quiere hacer notar que este trabajo es parte del estudio integral de selección de proyectos y asignación óptima de recursos que, basados en las técnicas de programación matemática, se desarrollan para el Departamento de Juntas Estatales de Electrificación, de la Comisión Federal de Electricidad.

INDICE

	<u>Página</u>
Introducción	1
Modelo de evaluación de proyectos	3
Determinación de los factores de ponderación	7
Análisis de sensibilidad	9
Ejemplo	13
Anexo 1	17
Primer método	19
Segundo método	20
Tercer método	22
Anexo 2	25
Evaluación de proyectos	27





## INTRODUCCION

El modelo que se presenta es de utilidad cuando las metas y objetivos por alcanzar son de carácter competitivo.

Puede estimarse que ésta es la situación que se presenta cuando se intenta establecer una jerarquización de proyectos en los que se tienen beneficios de índole económica, social y política, y en los que muchas veces deben considerarse todos estos aspectos cuidadosamente antes de poder tomar una decisión acerca de la importancia relativa de unos proyectos con respecto a otros.

Los recursos disponibles para la ejecución de los proyectos suelen ser escasos, y la mayoría de las veces las metas compiten unas con otras. Así, el ejecutar proyectos en los que se persiguen metas sociales conduce a una reducción de beneficios económicos que pudieran obtenerse con la ejecución de otros proyectos en los que los aspectos económicos son de importancia.

El objeto de este trabajo es el mostrar el desarrollo de herramientas que permitan a los responsables de la toma de decisiones, tomar en cuenta en forma racional la multiplicidad de objetivos.

En proyectos de electrificación rural en particular y en muchos otros en los que el analista se enfrenta y se agudiza el problema de jerarquización, dada la multiplicidad de objetivos por alcanzar, el empleo de indicadores económicos o sociales aislados no puede conducir a una jerarquización adecuada de los proyectos.

Por otro lado, los índices empleados tradicionalmente en evaluación de proyectos no consideran objetivos múltiples, limitándose a análisis parciales en los que no se toman en cuenta explícitamente los factores sociales y políticos.

El tratar de adaptar las técnicas tradicionales de evaluación a los proyectos de electrificación rural, y en general a todos aquellos proyectos de índole social, conduce al analista a graves dificultades al tratar de valorar los beneficios de este tipo, pues deberán traducirse a unidades monetarias.

/No se

No se quiere afirmar aquí que no existan técnicas que permitan cuantificar los beneficios sociales; seguramente eso es posible, pero la forma en que esto se haga dependerá en cada caso al criterio, la información y el tiempo del que se disponga para una tarea de este tipo.

El modelo que se presenta, pretende tomar en cuenta la diversidad de objetivos y además, dentro de lo posible, se intenta evitar el uso de técnicas elaboradas en la cuantificación de los beneficios, al tratar de traducirlos a unidades monetarias.

### MODELO DE EVALUACION DE PROYECTOS

Se da a continuación una lista de las ventajas que pueden lograrse con la aplicación del modelo que se propone así como una relación de los estudios que se recomiendan desarrollar previamente.

#### Ventajas principales:

Toma en cuenta en forma racional la multiplicidad de objetivos.

Permite el empleo de los indicadores que se consideren necesarios.

No se requiere que los indicadores queden expresados en unidades monetarias, pues las unidades que se empleen para medirlos pueden ser diferentes y cualesquiera.

Se evitan juicios subjetivos al tratar de valorar los beneficios, por lo que se ahorra tiempo de análisis. El responsable de las decisiones puede fijar los criterios generales de jerarquización sin ninguna ambigüedad, por lo que podrá estar seguro de alcanzar los distintos objetivos, de acuerdo con la importancia relativa que se les asignó.

Por lo que respecta al estudio que conviene realizar con objeto de fundamentar las decisiones respecto a la ponderación de objetivos, deberá cubrir los siguientes aspectos:

La situación económica, política y social de la región en la que se pretenden llevar a cabo los proyectos.

Los objetivos y las metas por alcanzar

La estructura institucional vigente en el organismo responsable de la electrificación rural

El proceso de planeación a seguir

El análisis de los tipos de demandas

Los indicadores a considerar

Analizados estos puntos, se estará en posibilidad de estimar los valores que tomarán los parámetros de ponderación que aparecen en el modelo.

/Notación

**Notación empleada:**

Supóngase que se tratan de jerarquizar  $m$  proyectos, con cuya ejecución se pretenden alcanzar  $n$  objetivos distintos que se medirán con ciertos indicadores que señalarán qué grado se logra cada objetivo con cada proyecto.

Se designará con  $P_j$  al valor del factor de ponderación  $j$ -ésimo, que se obtendrá de aplicar cualquiera de los métodos de evaluación subjetiva que aparecen en el anexo I. Estos factores de ponderación indicarán la importancia relativa de los objetivos que se quieren alcanzar mediante la ejecución de los proyectos.

Se llamará con  $I_{kj}$  al valor que tome el indicador del objetivo  $j$ -ésimo en el proyecto  $K$ -ésimo, y por último,  $X_k$  será el valor del índice general de evaluación para el proyecto  $K$ -ésimo, y que se deberá calcular como:

$$X_k = I_{k1}^{P_1} \times I_{k2}^{P_2} \times \dots \times I_{kn}^{P_n}$$

Con el fin de simplificar la discusión, supóngase que se tratan de comparar dos proyectos únicamente, el proyecto  $K$  con el proyecto  $K + 1$ , para los cuales se han obtenido  $X_k$  y  $X_{k+1}$ . Al calcular la relación entre los índices generales.

$$\frac{X_k}{X_{k+1}},$$

Por la estructura misma del modelo, se obtendrá un número sin unidades. Si ese número resulta mayor que 1, se tendrá que el proyecto  $k$  es preferible al proyecto  $k+1$ , si resultase menor que 1 se tendría el caso contrario y si fuese precisamente igual a 1 los dos proyectos serán igualmente atractivos.

De esta breve discusión se sigue evidentemente, que en caso de tenerse más de dos proyectos, bastará con ordenarlos de acuerdo con el valor que tome el índice general, para tenerlos así jerarquizados.

Con objeto de facilitar los cálculos numéricos y de evitar problemas de sobrecapacidad en caso de trabajar con computadores electrónicos, es conveniente normalizar los valores de las calificaciones que se asignen a los distintos indicadores, obteniendo de esa forma los factores de ponderación, que deben cumplir con:

$$\sum_{j=1}^N P_j = 1$$

El signo del factor de ponderación dependerá de las variaciones de preferencias al crecer o decrecer los valores de los indicadores.

Esto es, si un proyecto resulta más atractivo mientras más alto sea el valor de un indicador, el factor de ponderación para este indicador será positivo. Ahora bien, si por el contrario, un proyecto es menos atractivo entre mayor sea el valor de un indicador el factor de ponderación correspondiente a este indicador será negativo.

Con objeto de aclarar ideas se dará un ejemplo:

Supongamos que dentro del conjunto de indicadores elegidos se encuentran el número de habitantes beneficiados y el costo total actualizado del proyecto. Evidentemente, un proyecto será mejor entre mayor sea el número de habitantes que beneficie, por lo que en este caso el factor de ponderación correspondiente será positivo. Por lo contrario, un proyecto será menos conveniente entre mayor es su costo y por tanto el factor de ponderación correspondiente será negativo.

Sin embargo, es importante aclarar que para el cálculo de los factores de ponderación  $p_j$ , las calificaciones que se asignen a los distintos indicadores deben considerarse en valor absoluto.



## DETERMINACION DE LOS FACTORES DE PONDERACION

Una vez expresados los objetivos y las metas por alcanzar mediante las obras de electrificación rural, deberán determinarse los indicadores que se emplearán para estimar la influencia de cada proyecto en cada una de las metas y objetivos que se fijen. Asimismo deberá fijarse, de acuerdo con los factores políticos, económicos y sociales que prevalezcan en la región y el impulso que se quiera dar a esa región en cualesquiera de dichos aspectos, las calificaciones que expresen la importancia relativa de los objetivos y metas que se pretenden alcanzar.

Existen diversos métodos para fijar esas calificaciones, en el anexo 1 se presentan tres de ellos. Sin embargo, la aplicación de cualquiera de ellos no deberá considerarse como definitiva sin realizar antes un análisis de consistencia que asegure al responsable de la toma de decisiones, que los factores de ponderación obtenidos conducen efectivamente a la política de jerarquización a seguir en cada región.

Este último es uno de los aspectos que suelen descuidarse y que pueden conducir a errores graves.

Por lo que respecta a la política de jerarquización, o sea, a la determinación de los factores de ponderación, conviene aclarar que deberá ser necesariamente regional, pues las condiciones físicas, políticas, económicas y sociales difícilmente serán las mismas en todo un país. Por otro lado, debido a ello, las metas y objetivos por alcanzar deberán ser distintas en cada caso, pues el considerar únicamente un criterio de jerarquización a nivel nacional conducirá implícitamente al mayor beneficio de unas regiones con respecto a otras que como consecuencia resultarán discriminadas.

Estos problemas pueden evitarse mediante cualesquiera de las siguientes recomendaciones:

- a) Aplicando el modelo propuesto como una parte de otro modelo más elaborado que resuelva el problema de la asignación presupuestal, y
- b) Estableciendo indicadores congruentes con los objetivos por alcanzar en cada región, con lo cual quedarán distintos conjuntos de calificaciones y de factores de ponderación.

/Por lo

Por lo que respecta a México, se están elaborando actualmente estudios con objeto de desarrollar modelos que se fundamentarán en el que se presenta y en técnicas de programación matemática.

Estos modelos tienen como objetivos principales:

- a) La asignación óptima de los recursos destinados a la electrificación rural, y
- b) La selección óptima de los conjuntos de proyectos en cada una de las entidades de la federación.



## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Uno de los aspectos más importantes en modelos de este tipo es el análisis de sensibilidad.

El análisis de sensibilidad representa una gran ayuda para el responsable de la toma de decisiones pues le indicará cuáles son los cambios en los resultados al variar los distintos parámetros que intervienen.

Para el caso que nos ocupa, el análisis de sensibilidad se deberá concretar a variaciones de los factores de ponderación.

Este análisis indicará cuáles son los parámetros del modelo que deben fijarse con más cuidado, pues en ellos, pequeñas variaciones en los valores, pueden conducir a cambios radicales en los resultados finales.

Evidentemente, el análisis será más complicado entre mayor es el número de factores que intervienen y éste a su vez será mayor, mientras más indicadores entran en juego en el modelo.

Con objeto de aclarar ideas respecto a la forma en que dichos análisis pueden llevarse a cabo, se presenta a continuación un ejemplo en el que se consideran únicamente tres indicadores y tres proyectos.

De acuerdo con la notación que hemos empleado tendremos:

Para el proyecto 1

$$X_1 = I_{11}^{P_1} \times I_{12}^{P_2} \times I_{13}^{P_3} \quad \text{-----}(1)$$

Para el proyecto 2, considerando los mismos indicadores:

$$X_2 = I_{21}^{P_1} \times I_{22}^{P_2} \times I_{23}^{P_3} \quad \text{-----}(2)$$

y para el proyecto 3

$$X_3 = I_{31}^{P_1} \times I_{32}^{P_2} \times I_{33}^{P_3} \quad \text{-----}(3)$$

Supongamos ahora que los resultados obtenidos con respecto a la jerarquización de los proyectos son:

$$X_1 \geq X_2 \geq X_3 \quad \text{-----}(4)$$

o sea que el proyecto 1 es el más conveniente; que el proyecto dos es el que sigue y que el 3 es el menos atractivo de todos. Consideremos ahora el primero de los indicadores, o sea:  $I_{k1}$

/Calculemos

Calculemos ahora:

$$V_{11} = I_{12}^{P_2} \times I_{13}^{P_3} \text{ -----(5)}$$

$$V_{21} = I_{22}^{P_2} \times I_{23}^{P_3} \text{ -----(6)}$$

$$V_{31} = I_{32}^{P_2} \times I_{33}^{P_3} \text{ -----(7)}$$

Se llamará  $V_{km}$  al valor del índice general obtenido al suprimir el indicador  $M$  éximo del proyecto  $k$  éximo.

Así  $V_{31}$  es el valor del índice general del proyecto 3 al suprimir el indicador 1.

El problema consistirá en determinar el menor valor del  $P_1$  para el cual se cumpla que:

$$I_{11}^{P_1} \times V_{11} \geq I_{21}^{P_1} \times V_{21} \geq I_{31}^{P_1} \times V_{31} \text{ -----(8)}$$

Al tomar logaritmos, la desigualdad anterior queda:

$$P_1 \log I_{11} + \log V_{11} \geq P_1 \log I_{21} + \log V_{21} \geq P_1 \log I_{31} + \log V_{31} \text{ ---(9)}$$

Considerando la primera parte de la desigualdad, y puesto que todos los valores involucrados son positivos, se tiene:

$$P_1 (\log I_{11} - \log I_{21}) \geq \log V_{21} - \log V_{11} \text{ -----(10)}$$

Entonces el menor valor de  $P_1$  para el que se satisface la desigualdad anterior será:

$$P_1 = \frac{\log V_{21} - \log V_{11}}{\log I_{11} - \log I_{21}} \text{ -----(11)}$$

Al tomar la segunda parte de la desigualdad, se tiene:

$$P_1 (\log I_{21} - \log I_{31}) \geq \log V_{21} - \log V_{31}$$

y de la misma forma:

$$P_1 = \frac{\log V_{21} - \log V_{31}}{\log I_{21} - \log I_{31}} \text{ -----(12)}$$

Se tienen así dos expresiones que nos dan el valor de  $P_1$ . Evidentemente, el menor valor de  $P_1$  que satisface la expresión (8), será el mayor valor de  $P_1$  dado por las expresiones (11) y (12).

Continuando de la misma forma, pueden analizarse los demás indicadores.

Como se aprecia en este ejemplo, los análisis de sensibilidad no son tan simples como pudiera parecer a simple vista. A esto puede añadirse que la complejidad aumenta con el número de indicadores que se consideren.

Así, para 10 indicadores y 100 proyectos tendrán que resolverse 99 ecuaciones para cada indicador, o sea un total de 990. Si a esto se agrega el hecho de que los resultados obtenidos son válidos únicamente para un solo conjunto de factores de ponderación, se ve la magnitud del problema. Sin embargo, este hecho no debe desalentar al responsable de la toma de decisiones, pues mediante el uso de un computador electrónico, pueden programarse los cálculos por realizar, facilitando al analista su tarea.



### EJEMPLO

Para ilustrar la aplicación del modelo de evaluación expuesto, se presenta a continuación un ejemplo en el que se intenta establecer una jerarquización entre dos proyectos únicamente.

Los indicadores que se consideraron en este ejemplo son únicamente de carácter ilustrativo y de ninguna manera pueden considerarse como definitivos para la evaluación de proyectos de electrificación rural.

Esto último es muy importante pues, volviendo a insistir, los indicadores que deban considerarse dependerán de los objetivos y metas por alcanzar y de estudios complementarios que tantas veces se han mencionado durante este trabajo.

Hechas estas advertencias se pasará a la exposición del ejemplo.

Se trata de establecer una jerarquización entre dos proyectos de electrificación rural. Se ha juzgado que los indicadores que interesa considerar son los siguientes:

- Habitantes beneficiados
- Costo total actualizado (miles de pesos)
- Porcentaje de habitantes beneficiados en la región respecto a la población total
- Inversión del Gobierno Federal durante el año anterior en la región
- Ingreso per cápita en la región
- Porcentaje de población dedicada a actividades primarias
- Porcentaje de aportación del Gobierno del Estado con respecto al costo total
- Porcentaje de aportación de los habitantes beneficiados con respecto al costo total
- Número de kW que podrán consumirse por servicios de potencia que se conectarán en zonas cercanas

Por investigaciones hechas y datos disponibles se sabe que los valores que toman esos indicadores en cada proyecto son:

	<u>Proyecto 1</u>	<u>Proyecto 2</u>
Habitantes beneficiados	1 835	2 943
Costo total actualizado (miles de pesos)	348	501
Porcentaje de habitantes beneficiados en la región respecto a la población total	90	47
Inversión del Gobierno Federal durante el año anterior en la región (millones)	1 384	263
Ingreso per cápita en la región	5 963	3 898
Porcentaje de población dedicada a actividades primarias	88	96
Porcentaje de aportación del Gobierno del Estado con respecto al costo total	25	18
Porcentaje de aportación de los habitantes beneficiados con respecto al costo total	25	20
Número de kW que podrán consumirse por ser vicios de potencia que se conectarán en zonas cercanas	1 000	3 000

Por otro lado, después de cuidadosos análisis y de acuerdo con los objetivos y metas que se pretenden alcanzar en la región, se ha llegado a obtener los siguientes valores para los factores de ponderación:<sup>1/</sup>

<u>Indicador</u>	<u>Calificación</u>	<u>Factor de ponderación</u>
Habitantes beneficiados	80	0.129
Costo total actualizado (miles de pesos)	60	0.097
Porcentaje de habitantes beneficiados en la región respecto a la población total	40	0.065
Inversión del Gobierno Federal durante el año anterior en la región	80	0.129
Ingreso per cápita en la región	20	0.032
Porcentaje de población dedicada a actividades primarias	80	0.129
Porcentaje de aportación del Gobierno del Estado respecto al costo total	100	0.161

<sup>1/</sup> Pueden aplicarse cualquiera de los métodos que aparecen en el anexo número 1 para obtener esos valores.

<u>Indicador</u>	<u>Calificación</u>	<u>Factor de ponderación</u>
Porcentaje de aportación de los habitantes beneficiados con respecto al costo total	90	0.145
Número de kW que podrán consumirse por servicios de potencia que se conectarán en zonas cercanas	70	0.113

Nos resta ahora identificar los factores de ponderación que deberán tomar valores negativos.

Estos factores, de acuerdo con la discusión hecha previamente, son los correspondientes a los siguientes indicadores:

- Costo total actualizado
- Porcentaje de habitantes beneficiados en la región respecto a la población total
- Inversión del Gobierno Federal durante el año anterior en la región
- Ingreso per cápita en la región

Se está ahora en posibilidad de aplicar el modelo. Los cálculos hechos y los resultados obtenidos se presentan en la hoja adjunta.

/Indicador

Indicador	Proyecto 1	Proyecto 2	Log $I_{j1}$	Log $I_{j2}$	Factor de ponderación $F_j$	$P_j$ Log $I_{j1}$	$P_j$ Log $I_{j2}$
1	$I_{11} = 1\ 895$	$I_{12} = 2\ 943$	3.276	3.468	0.129	0.422 604	0.447 372
2	$I_{21} = 348$	$I_{22} = 501$	2.541	2.700	- 0.097	- 0.246 477	- 0.261 900
3	$I_{31} = 90$	$I_{32} = 47$	1.955	1.672	- 0.065	- 0.127 075	- 0.108 680
4	$I_{41} = 1\ 384$	$I_{42} = 263$	3.142	2.420	- 0.129	- 0.405 318	- 0.312 180
5	$I_{51} = 5\ 963$	$I_{52} = 3\ 898$	3.775	3.590	- 0.032	- 0.120 800	- 0.114 880
6	$I_{61} = 88$	$I_{62} = 96$	1.904	1.982	0.129	0.245 616	0.255 678
7	$I_{71} = 25$	$I_{72} = 18$	1.398	1.255	0.161	0.225 078	0.202 055
8	$I_{81} = 25$	$I_{82} = 20$	1.398	1.301	0.145	0.202 710	0.188 645
9	$I_{91} = 1\ 000$	$I_{92} = 3\ 000$	3.000	3.476	0.113	0.339 000	0.392 788
Sumas						0.535 338	0 688 898
Log $X_1 = 0.535\ 338$			$X_1 = 3.432$				
Log $X_2 = 0.688\ 898$			$X_2 = 4.885$				



### Anexo 1

Se presentarán en este anexo algunos métodos\* que pueden utilizarse para determinar los factores de ponderación que aparecen en el modelo y que se llamaron con  $P_j$ .

No se pretende aquí dar una lista exhaustiva de los procedimientos existentes, sino simplemente mencionar algunos de ellos con objeto de hacer notar que el responsable de la toma de decisiones puede contar con el auxilio de técnicas cuando se enfrenta con el problema de determinar los factores de ponderación.

El hacer uso de cualquiera de los procedimientos que se presentarán no significa que no se requieran elaborar los estudios complementarios necesarios ya que sólo son una herramienta que puede emplearse para facilitar la tarea del analista.

Dado que los métodos que se presentarán dependen fundamentalmente de juicios y consideraciones totalmente subjetivos, es evidente que entre más y mejores sean los estudios complementarios que se realicen previamente, más fácilmente podrán obtenerse los factores de ponderación buscados.

---

\* El primero y segundo procedimientos que aparecen en este anexo fueron tomados del libro "Introduction to Operation Research" de W. Churchman, Russell Ackoff y Leonard Arnoff.



## PRIMER METODO

Se llamará  $O_j$  al objetivo  $j$ -ésimo y  $V_j$  al valor relativo del objetivo  $j$ -ésimo.

Las hipótesis que se hacen son las siguientes:

1. A cada objetivo  $O_j$  corresponde un número real no negativo  $V_j$  que se interpretará como una medida de la importancia relativa de  $O_j$ .
2. Si el objetivo  $O_j$  es más importante que el objetivo  $O_k$ , entonces  $V_j \geq V_k$ .  
Si fuesen igualmente importantes entonces  $V_j = V_k$ .
3. Si a los objetivos  $O_j$  y  $O_k$  corresponde  $V_j$  y  $V_k$  respectivamente, entonces  $V_j + V_k$  corresponderá a la combinación de los objetivos  $O_j$  y  $O_k$ .

Procedimiento

1. Ordénense los objetivos de acuerdo con su importancia. Así, si se tienen  $n$  objetivos distintos,  $O_1$  será el más importante y  $O_n$  el menos importante.
2. Tentativamente, asígnese el valor 1.00 al objetivo más importante y dense valores a los demás objetivos que inicialmente reflejen su importancia relativa con los demás.
3. Háganse las siguientes comparaciones  $O_1$  contra  $(O_2, O_3 \dots O_n)$ .  
Si el analista prefiere  $O_1$  al conjunto  $O_2, O_3 \dots, O_n$  entonces, necesariamente deberá cumplirse que:  

$$V_1 \geq V_2 + V_3 + V_4 \dots + V_n$$
 si resultase que el analista es indiferente entre  $O_1$  y el conjunto  $O_2, O_3$ , y  $\dots, O_n$ , entonces se deberá tener que  

$$V_1 = V_2 + V_3 + \dots + V_n$$
 Cualquiera que sea la situación, habrá que corregir los valores asignados inicialmente con el fin de que cumplan estas relaciones que expresan las preferencias del analista.
4. Compárese ahora  $O_2$  contra el resto de elementos,  $O_3, O_4 \dots O_n$

/Supóngase

Supóngase que este nuevo conjunto es preferido al objetivo  $O_2$ , se deberá entonces tener, de acuerdo con las hipótesis que:

$$V_2 \leq V_3 + V_4 + \dots + V_n$$

5. Continúense las comparaciones y evaluaciones de la misma forma hasta llegar al último elemento del conjunto  $O_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Finalmente, es conveniente "normalizar" los valores obtenidos, dividiendo cada uno entre  $\sum_{j=1}^N V_j$

Ejemplo:

Supóngase que se tienen cuatro objetivos que llamaremos

$O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  y  $O_4$

Inicialmente se les asignan los siguientes valores:

$$V_1 = 1.00, V_2 = 0.80, V_3 = 0.50, V_4 = 0.30$$

Como resultado de las comparaciones se tiene:

- a)  $O_1$  es preferido al conjunto ( $O_2, O_3, O_4$ )

$$\text{por tanto: } V_1 \geq V_2 + V_3 + V_4$$

Entonces, el valor asignado inicialmente a  $V_1$  debe alterarse con objeto de que se satisfaga esta desigualdad. Entonces:

$$V_1 = 2.00; V_2 = 0.70; V_3 = 0.50; V_4 = 0.30$$

Se han terminado todas las comparaciones posibles, y los valores relativos buscados son:

$$V_1 = \frac{2.00}{3.50} = 0.57$$

$$V_2 = \frac{0.70}{3.50} = 0.20$$

$$V_3 = \frac{0.50}{3.50} = 0.09$$

#### SEGUNDO METODO

1. Ordénese el conjunto de objetivos de acuerdo con su importancia, sin asignarles valores relativos.
2. Elíjase en forma aleatoria uno de los elementos del conjunto. Sea  $O_s$  este elemento. Subdivídase ahora el resto de elementos

/del conjunto

del conjunto, también en forma aleatoria, en grupos de no más de cinco elementos y de preferencia de igual tamaño.

Cada elemento, distinto de  $O_s$ , deberá pertenecer a uno y sólo un grupo. (Supóngase que  $O_s$  es el elemento de más alto rango).

3. Añádase a cada grupo el elemento  $O_s$ , y asígnesele un valor de 1.00.
4. Utilizando los pasos 1, 2, 3, 4 y 5 del primer procedimiento, obténganse los valores relativos de los elementos pertenecientes a los grupos formados en el paso anterior, pero al ajustar los valores  $V_j$ , no deberá cambiarse el valor  $V_s$ .
5. Compárense la jerarquización obtenida de los pasos 2 al 4 de este procedimiento, con la jerarquización inicial. Si resulta distinta, reconsidérese la jerarquización y si es necesario procédase nuevamente con los pasos 2, 3 y 4 de este segundo procedimiento.
6. Una vez que se hayan obtenido resultados consistentes, normalícense los valores obtenidos en el quinto paso de este procedimiento, dividiendo el valor asignado a cada objetivo entre la suma de los valores asignados a la totalidad de elementos.

**Ejemplo:**

1. Supóngase que se tienen 10 objetivos ordenados como sigue:  
 $O_1, O_2, \dots, O_{10}$
2. Considérese que  $O_7$  es elegido al azar
3. Los elementos restantes, se asignan en forma aleatoria en tres grupos como sigue:

<u>Grupo a</u>	<u>Grupo b</u>	<u>Grupo c</u>
$O_6$	$O_5$	$O_1$
$O_{10}$	$O_9$	$O_3$
$O_2$	$O_4$	$O_8$

4. Se agrega  $O_7$  a cada grupo dándole el valor de 1.00
5. Supóngase que se obtienen los siguientes valores:

<u>Grupo a</u>	<u>Grupo b</u>	<u>Grupo c</u>
$V_6 = 1.35$	$V_5 = 1.50$	$V_1 = 3.60$
$V_{10} = 0.60$	$V_9 = 0.75$	$V_3 = 3.00$
$V_2 = 2.70$	$V_4 = 1.80$	$V_8 = 0.90$
$V_7 = 1.00$	$V_7 = 1.00$	$V_7 = 1.00$

6. Comparando con los resultados del primer paso se concluye que  $O_2$  y  $O_3$  se han intercambiado. Si la primera jerarquización se considera válida todavía, entonces, los valores de  $O_2$  y/o  $O_3$  deberán reajustarse en sus correspondientes grupos.

En este caso se repiten los pasos anteriores. Supóngase sin embargo, que se decide que la nueva jerarquización, opuesta a la del primer paso, es correcta. Entonces, se normalizan los valores del quinto paso dividiendo entre 17.2, obteniéndose los siguientes resultados:

$V_1 = 0.21$	$V_6 = 0.08$
$V_2 = 0.16$	$V_7 = 0.06$
$V_3 = 0.17$	$V_8 = 0.05$
$V_4 = 0.10$	$V_9 = 0.04$
$V_5 = 0.09$	$V_{10} = 0.03$

Se recomienda que no sea sólo una la persona encargada de asignar los valores relativos, sino que sea un comité el responsable de llevar a cabo estas evaluaciones.

### TERCER METODO

El procedimiento que se expondrá a continuación consiste en la determinación de la llamada "función utilidad".

Si se desea consultar este aspecto con más detalle, se recomiendan los siguientes libros:

- "Decision and Value Theory" de Peter C. Fishburn John Wiley 1964;
- "Introduction to Probability and Statistical Decision Theory" de G. Hadley - Holden Day Inc., 1967;
- "Decision Analysis" de Howard Raiffa - Addison Wesley 1968.

En ellos aparecen los axiomas en los que se fundamenta la teoría de la utilidad y de la que, con objeto de simplificar, sólo se presentará una parte.

### Axioma

Para cualquier elemento  $O_j$  perteneciente al conjunto  $[O_1, O_2, \dots, O_n]$  diferente de  $O_1$  y  $O_n$ , el responsable racional de la toma de decisiones es indiferente entre alcanzar  $O_j$  con certeza y el juego de una lotería en la que aparecen únicamente dos premios, el mejor  $O_1$  y el peor  $O_n$ .

En otras palabras, existe una probabilidad, que se llamará  $U_j$ , tal que la persona que tome las decisiones es indiferente entre una lotería que tenga una probabilidad  $U_j$  de ganar  $O_1$  y una probabilidad  $1 - U_j$  de obtener  $O_n$ , y simplemente alcanzar  $O_j$  con certeza.

Simbólicamente, la lotería que involucra el mejor y el peor objetivo y que tiene la propiedad de que la persona que decide es indiferente entre jugar esa lotería y alcanzar  $O_j$  con certeza, se representará por:

$$L(O_j) = [U_j, O_1), (1 - U_j, O_n)]$$

Lo que este axioma dice es que con análisis cuidadosos, la persona responsable de las decisiones puede determinar el número  $U_j$ ,

$$0 \leq U_j \leq 1$$

tal que, es indiferente entre alcanzar  $O_j$  con certeza y el juego de la lotería  $L(O_j)$  que involucra el mejor y el peor objetivo.

Asociando ahora el objetivo  $O_1$  al número 1 y al  $O_n$  el número 0, se tendrá que a cada elemento del conjunto  $[O_1, O_2, \dots, O_n]$  corresponde un número único  $U_j$ , con lo que queda definida una función  $U_j = U(O_j)$  sobre los elementos del conjunto  $[O_1, O_2, \dots, O_n]$

Entonces, asociado con cada objetivo existe un número  $U_j$  que toma la forma de una valuación numérica del objetivo.

Así, si  $O_j$  es preferido respecto a  $O_i$  entonces  $U_j \geq U_i$

Si  $O_j$  es equivalente, o tan atractivo como  $O_i$ , entonces

$$U_j = U_i$$

y por último si  $O_i$  es preferido a  $O_j$  entonces

$$U_i > U_j$$

/En consecuencia

En consecuencia se deberá tener:

$$U_1 = 1 \geq U_2 \geq \dots \geq U_{n-1} \geq U_n = 0$$

La función  $U_j = U(0_j)$  definida sobre el conjunto

$[0_1, 0_2, \dots, 0_n]$  se conoce con el nombre de función utilidad.

Los valores que tome esta función pueden tomarse como los factores de ponderación que aparecen en el modelo.



## Anexo 2

Se presenta en este anexo un ejemplo en el que se obtiene la jerarquización de proyectos mediante un programa para computador electrónico.

Para este ejemplo se consideraron once indicadores, a los que se les asignaron las calificaciones que aparecen en la primera hoja de resultados. Estas calificaciones fueron otorgadas después de cuidadosos análisis mediante procedimientos para determinar los factores de ponderación.

El procedimiento usado en este caso no aparece en el anexo anterior.

Los indicadores, los proyectos y los valores que toman los primeros en cada uno de los proyectos son ficticios y sólo se emplearon con objeto de ilustrar la aplicación del modelo.

Los proyectos, con los valores de los distintos indicadores aparecen en los resultados ordenados de acuerdo con su importancia relativa.

Los valores que asume el índice general en cada proyecto no tienen más sentido que el de establecer las prioridades de los proyectos, por lo que no será válido darle cualquier otra interpretación.



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD  
DEPARTAMENTO DE JUNTAS ESTATALES DE  
ELECTRIFICACION

EVALUACION DE PROYECTOS

Los indicadores y sus calificaciones que sirvieron de base para la evaluación fueron los siguientes:

<u>Número</u>	<u>Nombre</u>	<u>Calificación</u>
1	Costo total actualizado en miles de pesos	- 6.0000
2	Habitantes beneficiados	9.0000
3	Porcentaje de aportación estatal	10.0000
4	Porcentaje de aportación de interesados	8.0000
5	Porcentaje de población dedicada a actividades primarias	3.0000
6	Porcentaje de población servida en el estado	- 2.0000
7	Inversión federal en millones en el estado A/O ant	- 1.----
8	Número de poblados por interconectar	10.0000
9	Ingreso per cápita en el estado en pesos	7.0000
10	Densidad de población en el estado	7.0000
11	Carga de potencia por conectar en kW	8.0000

/Proyecto

COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD  
DEPARTAMENTO DE JUNTAS ESTATALES DE  
ELECTRIFICACION

Proyecto	Valor del Indicador 1	Valor del Indicador 2	Valor del Indicador 3	Valor del Indicador 4	Valor del Indicador 5	Valor del Indicador 6
2 San José de Hidalgo	208.800	2 906.000	25.000	17.000	90.000	60.000
9 Chimalhuacán de Guerrero	384.100	2 064.000	18.000	25.000	93.000	89.000
8 Ixmiquilpan	256.400	2 817.000	25.000	25.000	89.000	60.000
5 Acatitlán de Juárez	339.700	1 807.000	25.000	25.000	93.000	60.000
1 Ciudad Guzmán	212.000	3 418.000	25.000	14.000	85.000	89.000
3 Santo Domingo de Aren	106.600	1 080.000	25.000	20.000	97.000	60.000
6 Zacualpan de Amilpas	291.100	1 003.000	25.000	25.000	98.000	60.000
10 Tierra Colorada	279.000	1 914.000	20.000	15.000	94.000	35.000
7 Tulancingo	189.900	696.000	25.000	25.000	99.000	60.000
4 Tepeji del Río	432.000	3 906.000	20.000	20.000	60.000	89.000
11 Santa Lucía Yahualí	263.400	897.000	10.000	0.100	99.000	35.000

COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD  
DEPARTAMENTO DE JUNTAS ESTATALES DE  
ELECTRIFICACION

Proyecto	Valor del Indicador 7	Valor del Indicador 8	Valor del Indicador 9	Valor del Indicador 10	Valor del Indicador 11	Indice general
2 San José de Hidalgo	1 810.000	1.000	7 613.000	19.800	513.000	24.07019
9 Chimalhuacán de Guerrero	2 14.000	1.000	9 618.000	22.400	643.000	22.79234
8 Tamiquilpan	1 810.000	2.000	7 613.000	19.800	87.000	22.18163
5 Acatitlán de Juárez	1 810.000	1.000	7 613.000	19.800	106.000	19.02391
1 Ciudad Guzmán	2 914.000	0.100	9 618.000	22.400	600.000	17.91463
3 Santo Domingo de Iren	1 810.000	0.100	7 613.000	19.800	415.000	16.19186
6 Zacualpan de Amilpas	1 810.000	0.100	7 613.000	19.800	715.000	16.07253
10 Tierra Colorada	106.000	3.000	2 006.000	6.900	38.000	15.48638
7 Tulancingo	1 810.000	0.100	7 613.000	19.800	106.000	12.83582
4 Tepeji del Río	2 914.000	0.100	9 618.000	22.400	22.900	11.80409
11 Santa Lucía Yahualí	106.000	2.000	2 006.000	6.900	178.000	9.21224





